УДК 330.4
DOI:10.24412/2782-4845-2023-6-92-111

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ СВЯЗИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЧЕТКИХ СООТВЕТСТВИЙ

И. В. Черпаков, Липецкий филиал ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве РФ», Липецк, Россия

Аннотация. *Целью данной статьи является применение прямой задачи для нечетких соответствий для моделирования показателей социально-экономических систем. В статье кратко излагаются основные принципы перехода от четкого к нечеткому подходу при моделировании. Рассматриваются расширения стандартных логических операций на единичном отрезке, основные типы расширенных операций. Также формулируется прямая задача для нечетких соответствий с различными типами композиций. В статье изложен принцип перехода от четких данных к нечетким в случае, когда данные представляют собой экспертные оценки. Приводится пример использования прямой задачи для нечетких соответствий для моделирования связей показателей системы, программная реализация вычислительных алгоритмов, выполняется сравнение полученных результатов для различных типов композиций.*

Ключевые слова: *нечеткие соответствия, композиции нечетких соответствий, расширение стандартных логических операций, прямая задача для нечетких соответствий, нечеткое моделирование.*

Для цитирования: Черпаков И.В. Моделирование и анализ связи показателей социально-экономических систем с использованием прямой задачи для нечетких соответствий // ЭФО: Экономика. Финансы. Общество. 2023. №2. (6) С.92-111. DOI:10.24412/2782-4845-2023-6-92-111

MODELING AND ANALYSIS OF THE RELATIONSHIP OF INDICATORS OF SOCIO-ECONOMIC SYSTEMS USING THE DIRECT PROBLEM FOR FUZZY CORRESPONDENCES

I.V. Cherpackov, Lipetsk Branch of FSOBU HE "Financial University under the Government of the Russian Federation", Lipetsk, Russia

Abstract. *The purpose of this article is to apply the direct problem for fuzzy correspondences to model the indicators of socio-economic systems. The article briefly outlines the basic principles of the transition from the fuzzy to the fuzzy approach in modeling. Extensions of standard logical operations on the unit segment, the main types of extended operations are considered. The direct problem for fuzzy correspondences with different types of compositions is also formulated. The paper outlines the principle of transition from explicit data to fuzzy data in the case when the data are expert estimates. An example of the use of the direct problem for fuzzy correspondences for modeling the links of system indicators, the software implementation of computational algorithms, the comparison of the obtained results for different types of compositions is given.*

Keywords: *IT infrastructure, fuzzy correspondences, compositions of fuzzy correspondences, extension of standard logical operations, direct problem for fuzzy correspondences, fuzzy modeling.*

Введение

При моделировании социально-экономических систем обычно имеют дело с данными, полученными в ходе измерений, подсчета, вычислений, статистических исследований. В этом случае принято считать, что данные обладают свойствами достоверности, непротиворечивости и (реже) полноты. В этом случае принято говорить, что моделирование ведется в рамках четкого подхода. Классическая укрупненная схема моделирования в рамках четкого подхода приведена на рис. 1 [2].

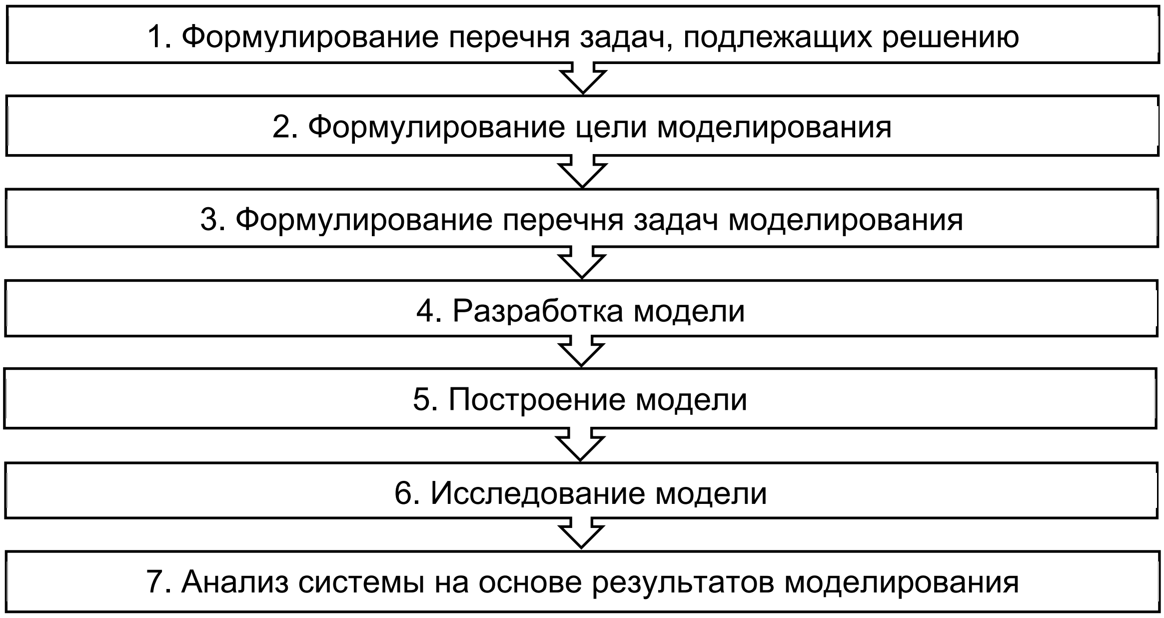

Рис. 1. **Общая схема моделирования систем***

составлено авторами на основе данных [2]

В каждом из этапов, приведенных на рис. 1, особенно для сложных систем, в которых человек играет активную роль, может возникать неопределенность, которая появляется, например, в следующих случаях:

— неточность формулировок перечней задач, подлежащих решению и моделированию;

— смещение акцентов на решении отдельных задач или определенного класса задач;

— частичная недостоверность данных, когда они получены путем опроса или анкетирования экспертов, руководителей, ответственных лиц;

— отсутствие возможности получить реальные данные для построения математической модели и т. д.

Основная часть

Одним из способов построения адекватной модели, описывающей поведение системы, является применение нечеткого подхода, для которого в той или иной степени характерны следующие допущения [1]:

— отказ от точности исходных данных;

— отказ от строгости наличия связей между величинами;

— исходные данные могут быть представлены не количественными, а качественными оценками, выраженными в различных шкалах измерений;

— ограничения системы неточны, неявны, отсутствует их строгая формализация.

Рассмотрим кратко математический аппарат нечеткой логики, применяемый далее.

Пусть U — универсальное множество. Тогда обычное (четкое) множество A, такое, что $A \subseteq U$, задается с помощью так называемой характеристической функции $\mu_A(x)$ [9]:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, x \in A; \\ 0, x \notin A. \end{cases} \tag{1}$$

Нечеткое множество — расширение понятия обычного, рассматриваемое в общем случае на отрезке $L = [0,1]$. Нечеткое множество A задается как совокупность пар вида

$$A = \left\{ \left(\mu_A(x), x \right) \right\}, \tag{2}$$

где $\mu_A(x)$ — некоторая функция, называемая функцией принадлежности, такая, что $\mu_A(x) \in L$. Значения 0 и 1 единичного отрезка соответствуют значениям 0 и 1 соответственно для характеристической функции, т. е. значениям «ложь» и «истина» для обычной двузначной логики. Значение $\mu_A(x)$ определяет степень («уровень соответствия») для элемента x.

Обозначения $\mu_A(x)$ в формулах (1) и (2) описывают разные понятия — характеристическую функцию, принимающую только значения из двузначного множества $\{0;1\}$, и функцию принадлежности, значения которой лежит в отрезке $L = [0,1]$. В литературе, посвященной нечеткой логике, данные понятия обозначаются одинаково.

Для нечеткого множества вводятся расширения стандартных логических операций [3, 4], которые выбираются таким образом, чтобы сохранить свойства стандартных логических операций (отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации) для случая перехода от двузначного множества $\{0;1\}$ к отрезку $L = [0,1]$.

В качестве подобных расширений для каждой логической операции функция может быть выбрана не единственным образом. В частности, имеются классы параметрически определяемых функций, являющихся расширением стандартных логических операций.

Рассмотрим основные классы функций-расширений, которые могут быть использованы для нечетких множеств [4].

1. Инвертор — расширение операции отрицания. Является унарной

операцией, отображающей $L \to L$. Для инвертора $N(x)$ должны выполняться следующие свойства:

1.1. Значения на границах отрезка: $N(0)=1$, $N(1)=0$. Аналог свойств $\overline{0}=1$ и $\overline{1}=0$ в булевой логике.

1.2. Изменение порядка: $N(x_1) \le N(x_2)$ при $x_1 \ge x_2$.

1.3. Инволютивность: $N(N(x))=x$. Аналог закона двойного отрицания $\overline{\overline{x}}=x$.

В качестве примера операции, которая удовлетворяет свойствам 1.1.–1.3 может выступать так называемый стандартный инвертор $N(x)=1-x$.

2. t-норма (треугольная норма) — расширение операции конъюнкции. Является бинарной операцией, отображающей $L^2 \to L$, т. е. $[0,1]\times[0,1]\to[0,1]$. Для t-нормы $T(x,y)$ должны выполняться следующие свойства:

2.1. Коммутативность: $T(x,y)=T(y,x)$. Аналог свойства $x \wedge y = y \wedge x$ для булевой логики.

2.2. Значения на границах: $T(1,y)=y$ и $T(0,y)=0$. Аналоги свойств $1 \wedge y = y$ и $0 \wedge y = 0$.

2.3. Ассоциативность: $T(x,T(y,z))=T(T(x,y),z)$. Аналог свойства $x \wedge \left(y \wedge z\right) = \left(x \wedge y\right) \wedge z$.

2.4. Сохранение порядка: $T(x,y) \le T(x,z)$ при $x \le z$.

Примерами t-норм могут служить логическое произведение $T(x,y)=\min(x,y)$, алгебраическое произведение $T(x,y)=xy$, t-норма Лукасевича $T(x,y)=\max(x+y-1,0)$.

3. s-норма, называемая так же t-конормой, — расширение операции дизъюнкции. Является бинарной операцией, отображающей $L^2 \to L$. Для s-нормы $S(x,y)$ должны выполняться следующие свойства:

3.1. Коммутативность: $S(x,y)=S(y,x)$. Аналог свойства $x \vee y = y \vee x$ для булевой логики.

3.2. Значения на границах: $S(1,y)=1$ и $S(0,y)=y$. Аналоги свойств $1 \vee y = y$ и $0 \vee y = y$.

3.3. Ассоциативность: $S(x,S(y,z))=S(S(x,y),z)$. Аналог свойства $x \vee \left(y \vee z\right) = \left(x \vee y\right) \vee z$.

3.4. Сохранение порядка: $S(x,y) \le S(x,z)$ при $x \le z$.

Примерами s-норм могут служить логическая сумма $S(x,y)=\max(x,y)$, сумма $S(x,y)=x+y-xy$, граничная сумма $S(x,y)=\min(x+y,1)$.

4. Импликатор — расширение операции импликации. Является бинарной операцией, отображающей $L^2 \to L$. Для импликатора $I(x,y)$ должны выполняться следующие свойства:

4.1. Значения на границах: $I(x,1)=1$, $I(1,y)=y$, $I(0,y)=1$. Аналоги свойств $x \to 1 = 1$, $1 \to y = y$ и $0 \to y = 1$ для булевой логики.

4.2. Изменение порядка по первому аргументу: $I(x,y) \le I(x,z)$ при $y \ge z$.

4.3. Сохранение порядка по второму аргументу: $I(x,y) \le I(z,y)$ при $x \le z$.

Примерами импликаторов могут служить $I(x,y)=1-x+xy$, импликатор Клина-Дайнеса $I(x,y)=\max(1-x,y)$, импликатор Лукасевича $I(x,y)=\min(1-x+y,1)$.

Кроме того, для заданного инвертора $N(x)$ и t-нормы $T(x,y)$ функция

$$I_{N,T}(x,y) = N(T(x,N(y))) \tag{3}$$

представляет собой импликатор (говорят, что инвертор и t-норма индуцируют импликатор).

Наконец, для заданного инвертора $N(x)$ и s-нормы $S(x,y)$ функция

$$I_{N,S}(x,y) = S(N(x),y) \tag{4}$$

так же представляет собой импликатор (говорят, что инвертор и s-норма индуцируют импликатор).

Например, импликатор Клина-Дайнеса индуцирован стандартным инвертором и логической суммой, а импликатор Лукасевича индуцирован стандартным инвертором и t-нормой Лукасевича.

Пусть даны два четких множества X и Y. Нечетким соответствием R, определенным на множествах X и Y, называется нечеткое множество на декартовом произведении $X \times Y$ [9], т. е. множество пар вида

$$R = \{\mu_R(x,y),(x,y)\}, x \in X, y \in Y, \mu_R(x,y) \in [0,1]. \tag{5}$$

Таким образом, каждой паре (x,y) из декартова произведения $X \times Y$ ставится в соответствие некоторое число из $L=[0,1]$, определяемое как значение функции принадлежности $\mu_R(x,y)$.

Если X и Y конечные дискретные четкие множества, то нечеткое соответствие R можно задать в виде матрицы смежности, где на пересечении строки, соответствующей элементу $x_i \in X$, и столбца, соответствующего элементу $y_j \in Y$, стоит значение $\mu_R(x_i,y_j)$.

Значения $\mu_R(x_i,y_j)$ могут формироваться на основе исходных данных по-разному. Рассмотрим два возможных подхода:

1. Значения $\mu_R(x_i,y_j)$ формируются на базе точно известных числовых значений.

2. Значения $\mu_R(x_i,y_j)$ формируются на основе экспертных оценок.

Рассмотрим первый подход. Стандартным приемом получения $\mu_{ij} = \mu_R(x_i,y_j)$ является нормирование, т. е. приведение данных к значениям из некоторого диапазона, задаваемого отрезком $[a,b]$. При этом используется линейное преобразование данных. Пусть известно, что некоторый показатель X

изменяется в диапазоне от $X^*_{\min}$ до $X^*_{\max}$ и пусть даны значения этого показателя x_i, такие, что $X^*_{\min} \le x_i \le X^*_{\max}$. Тогда нормированное значение x'_i для x_i на отрезок $[a,b]$ определяется как [8]

$$x'_i = a + \frac{x_i - X^*_{\min}}{X^*_{\max} - X^*_{\min}}(b-a). \tag{6}$$

Для случая $[a,b] = L = [0,1]$ формула (6) примет вид

$$x'_i = \frac{x_i - X^*_{\min}}{X^*_{\max} - X^*_{\min}}. \tag{7}$$

Если априорно определить $X^*_{\min}$ и $X^*_{\max}$ невозможно (например, точные числовые значения минимального и максимального значений показателя X неизвестны), то полагается (например, [7])

$$X^*_{\min} = \min\{x_i\}, X^*_{\max} = \max\{x_i\}. \tag{8}$$

Пример. Пусть некоторый показатель X задан множеством значений, приведенных в табл. 1.

Таблица 1. **Значения показателя** X *****

X									
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
320	450	310	700	850	530	1100	900	400	1150

составлено автором на основе собственных расчетов

В соответствии с формулой (8)

$$X^*_{\min} = \min\{x_i\} = 310,\ X^*_{\max} = \max\{x_i\} = 1150.$$

Нормированные значения x_i в отрезок $L = [0,1]$ вычисляются по формуле (7). Они приведены в табл. 2 (результаты вычислений округлены до трех знаков после запятой).

Таблица 2. **Нормированные значения показателя** X *****

$X_{норм}$									
x'_1	x'_2	x'_3	x'_4	x'_5	x'_6	x'_7	x'_8	x'_9	x'_{10}
0.012	0.167	0.000	0.464	0.643	0.262	0.940	0.702	0.107	1.000

составлено автором на основе собственных расчетов

Рассмотрим второй подход. Экспертные знания в прикладных нечетких моделях обычно представляют собой метазнания, имеющие следующий особенности [10]:

— отражение содержательных особенностей изучаемой (моделируемой) системы;

— формулируются, как правило, на естественном языке;

— выражены в форме качественных оценок показателей системы;

— даже если экспертные знания получены в виде числовых значений, их принято считать качественными.

Перевод качественных оценок в числовые — это одна из задач теории измерений (репрезентативной или репрезентационной). В соответствии с этой теорией данные могут представляться по отношению к одной из пяти основных шкал измерений:

1. Абсолютная. Представляет собой набор числовых значений, измеряемых от некоторого «естественного нуля».

2. Шкала наименований. Является совокупностью обозначений (имен) некоторых объектов.

3. Шкала порядка. Представляет собой совокупность обозначений, расположенных в порядке возрастания (убывания) выраженности некоторого признака.

4. Шкала интервалов. Является совокупностью выбираемого произвольным образом точки начала отсчета и значений, для которых известно «расстояние» до этой точки.

5. Шкала отношений. Представляет собой совокупность произвольно выбираемого нулевого значения и единица масштаба. Каждая величина в этой шкале определяется в дольном или кратном выражении относительно единицы масштаба.

При работе с экспертными данными может потребоваться переход между величинами, представленными в различных шкалах. Допустимые преобразования данных [8]:

— в шкале наименований допустимыми являются все взаимно-однозначные преобразования (т. е. числа используются лишь как метки);

— в порядковой — все строго возрастающие преобразования;

— в шкале интервалов — линейные возрастающие преобразования;

— в шкале отношений — подобные (изменяющие только масштаб) преобразования;

— для абсолютной шкалы допустимым является только тождественное преобразование.

Знания экспертов, выраженные на естественном языке, считаются качественными оценками, выраженными в порядковой шкале [2], при этом предполагается:

1. Обозначения элементов порядка являются лингвистическими значениями истинности, например, «очень плохо», «плохо», «умеренно», «хорошо», «очень хорошо», «великолепно». Количество лингвистических значений в прикладных нечетких системах обычно нечетно, но это необязательно. Так же считается, что количество лингвистических значений не

должно превышать 10, т. к. в этом случае человеку достаточно сложно соотнести конкретное значение показателя к конкретной лингвистической метке.

2. Для лингвистических меток порядка в нечеткой модели используются значения функции принадлежности на $L=[0,1]$. Они и являются числовыми значениями, которые и используются в модели.

Принимая во внимание предположение 1, в качестве числовых значений, соответствующих оценкам экспертов, можно использовать значения функции принадлежности, определяемой в виде (2), причем:

— элементы x — лингвистические значения истинности, отражающие степень выраженности показателя системы;

— $\mu_A(x)$ — значения из $L=[0,1]$.

В работе [8] предлагается использовать семь лингвистических характеристик и предлагаются числовые значения α, им соответствующие (табл. 3).

Таблица 3.* Лингвистические значения истинности

Обозначение	α	Лингвистическое значение
VT	1.00	Очень правдивое
RT	0.75	Довольно правдивое
PT	0.60	Возможно, правдивое
PF	0.40	Возможно, ложное
RF	0.25	Довольно ложное
VF	0.10	Очень ложное
UN	0.00	Неизвестное

составлено автором на основе собственных расчетов

Кроме приведенных значений в случае необходимости возможно использовать и промежуточные значения, например, 0.5 с соответствующими обозначениями лингвистического значения. В зависимости от лингвистических формулировок экспертных ответов они могут быть интерпретированы по-разному, например, формулировка «возможно и так, и так» может быть интерпретирована как 0.5.

Пример. Пусть даны два набора показателей

$$X=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\},\ Y=\{y_1,y_2,y_3,y_4,y_5,y_6\}$$

и пусть в результате опроса (интервьюирования) эксперта на предмет наличия связи между показателями группы X и группы Y были получены ответы, приеденные в табл. 4. Если данные не были получены экспертным путем, в соответствующей ячейке стоит «—».

Таблица 4. **Экспертные оценки о связи показателей групп X и Y ***

		Y					
		y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
X	x_1	Отсутствует	—	Средняя	—	Скорее высокая	Очень низкая
	x_2	Скорее низкая	Затрудняюсь ответить	Низкая	Затрудняюсь ответить	—	—
	x_3	—	Скорее низкая	Очень высокая	Средняя	Высокая	Затрудняюсь ответить
	x_4	Высокая	—	Скорее высокая	Высокая	Средняя	—
	x_5	Затрудняюсь ответить	Затрудняюсь ответить	—	Отсутствует	Высокая	Очень высокая

составлено автором на основе собственных расчетов

Интерпретация экспертных оценок может быть выполнена путем сопоставления соответствующих лингвистических формулировок, приведенных в табл. 4 и лингвистических значений истинности, приведенных в табл. 3.

На практике могут встречаться формулировки, отсутствующие в табл. 3. Можно предложить лингвистические значения истинности, расширяющие список в табл. 3. Пример возможного расширения приведен в табл. 5.

Таблица 5. **Расширенный список лингвистических значений истинности***

α	Лингвистическое значение
0.00	—
0.00	Отсутствует
0.00	Затрудняюсь ответить
0.10	Очень низкая
0.25	Низкая
0.50	Средняя
0.40	Скорее низкая
0.60	Скорее высокая
0.75	Высокая
1.00	Очень высокая

составлено автором на основе собственных расчетов

Для экспертных данных, приведенных в табл. 4, сопоставление экспертных формулировок, лингвистических значений истинности и значений функции принадлежности приведено в табл. 6. В последнем столбце таблицы приведены числовые значения $\mu_R = \mu_R(x_i, y_j)$, которые и являются значением нечеткого соответствия.

Таблица 6.* Экспертные оценки о связи показателей групп X и Y

Экспертная формулировка	Лингвистическое значение истинности	μ_R
—	Неизвестное	0.00
Отсутствует	Неизвестное	0.00
Затрудняюсь ответить	Неизвестное	0.00
Очень низкая	Очень ложное	0.10
Низкая	Довольно ложное	0.25
Средняя	Среднее	0.50
Скорее низкая	Возможно, ложное	0.40
Скорее высокая	Возможно, правдивое	0.60
Высокая	Довольно правдивое	0.75
Очень высокая	Очень правдивое	1.00

составлено автором на основе собственных расчетов

В результате матрица нечеткого соответствия R между $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6\}$ будет выглядеть следующим образом:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.6 & 0.1 \\ 0.4 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 1 & 0.5 & 0.75 & 0 \\ 0.75 & 0 & 0.6 & 0.75 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.75 & 1 \end{pmatrix}.$$

Значения $\mu_R(x_i, y_j)$ взяты из последнего столбца табл. 6.

Таким образом, возможно построить матрицу нечетких соответствий как для случая наличия точных числовых данных, описывающих некоторую систему, так и для неполных данных, полученных в результате опроса экспертов (или базы знаний).

Пусть даны два нечетких соответствия R и S, определенные на декартовых произведениях множеств $X=\{x_i\}, i=\overline{1,n}$, $Y=\{y_j\}, j=\overline{1,m}$, $Z=\{z_t\}, t=\overline{1,k}$ следующим образом:

$$R=\left\{\mu_R(x_i,y_j),(x_i,y_j)\right\}, x_i\in X, y_j\in Y, \mu_R(x_i,y_j)\in[0,1], \tag{9}$$

$$S=\left\{\mu_S(y_j,z_t),(y_j,z_t)\right\}, y_j\in Y, z_t\in Z, \mu_S(y_j,z_t)\in[0,1]. \tag{10}$$

Пусть задано нечеткое соответствие

$$Q=\left\{\mu_Q(x_i,z_t),(x_i,z_t)\right\}, x_i\in X, z_t\in Z, \mu_Q(x_i,z_t)\in[0,1]. \tag{11}$$

Задача определения нечеткого соответствия Q на основе известных R и S называется прямой задачей для нечетких соответствий. При этом предполагается выполнение условия, что множества X и Y попарно связаны в рассматриваемой системе. Сама суть связи в общем случае не важна.

Решение прямой задачи для нечетких соответствий означает нахождение $\mu_Q(x_i,z_t)$ при известных значениях $\mu_R(x_i,y_j)$ и $\mu_S(y_j,z_t)$.

Для нахождения $\mu_Q(x_i,z_t)$ предложен общий метод [11], для которого используется понятие, в общем случае называемое композицией нечетких соответствий.

Композицией (круговой композицией) двух нечетких соответствий R и S называется нечеткое соответствие, обозначаемое как $R\circ S$ и определяемое следующим образом:

$$R\circ S\left(x_i,z_t\right)=\max_{y_j\in Y}\left\{T\left(R\left(x_i,y_j\right),S\left(y_j,z_t\right)\right)\right\}, \tag{12}$$

где T — t-норма.

Субкомпозицией двух нечетких соответствий R и S называется нечеткое соответствие, обозначаемое как $R\triangleleft S$ и определяемое следующим образом:

$$R\triangleleft S\left(x_i,z_t\right)=\min_{y_j\in Y}\left\{I\left(R\left(x_i,y_j\right),S\left(y_j,z_t\right)\right)\right\}, \tag{13}$$

где I — импликатор.

Суперкомпозицией двух нечетких соответствий R и S называется нечеткое соответствие, обозначаемое как $R\triangleleft S$ и определяемое следующим образом:

$$R\triangleright S\left(x_i,z_t\right)=\min_{y_j\in Y}\left\{I\left(S\left(y_j,z_t\right),R\left(x_i,y_j\right)\right)\right\}, \tag{14}$$

где I — импликатор.

Определение нечеткого соответствия Q состоит в нахождении результата $R\circ S$, $R\triangleleft S$ или $R\triangleright S$.

В случае, если композиция нечетких соответствий определяется по формуле (12), говорят, что имеет место max-T композиция. В случае, если композиция нечетких соответствий определяется по формулам (13) или (14), говорят, что имеет место min-I композиция.

В определениях (12)–(14) в качестве t-нормы и импликатора можно выбирать различные операции, поэтому результат композиции нечетких соответствий будет различаться в зависимости от выбранной конкретной операции.

Для простоты введем общее обозначение $\otimes$ — max-t или min-I композиция. Таким образом, можно записать задачу определения нечеткого соответствия Q как нахождение $R \otimes S$, т. е.

$$R \otimes S = Q. \tag{15}$$

В матричной форме формула (15) может быть записана как

$$\begin{pmatrix} \mu_R(x_1, y_1) & \cdots & \mu_R(x_1, y_j) & \cdots & \mu_R(x_1, y_m) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mu_R(x_i, y_1) & \cdots & \mu_R(x_i, y_j) & \cdots & \mu_R(x_i, y_m) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mu_R(x_n, y_1) & \cdots & \mu_R(x_n, y_j) & \cdots & \mu_R(x_n, y_m) \end{pmatrix} \otimes$$

$$\otimes \begin{pmatrix} \mu_S(y_1, z_1) & \cdots & \mu_S(y_1, z_t) & \cdots & \mu_S(y_1, z_k) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mu_S(y_j, z_1) & \cdots & \mu_S(y_j, z_t) & \cdots & \mu_S(y_j, x_k) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mu_S(y_m, z_1) & \cdots & \mu_S(y_m, z_t) & \cdots & \mu_S(y_m, z_k) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \mu_Q(x_1, z_1) & \cdots & \mu_Q(x_1, z_t) & \cdots & \mu_Q(x_1, z_k) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mu_Q(x_i, z_1) & \cdots & \mu_Q(x_i, z_t) & \cdots & \mu_Q(x_i, z_k) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mu_Q(x_n, z_1) & \cdots & \mu_Q(x_n, z_t) & \cdots & \mu_Q(x_n, z_k) \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Запись (16) формально соответствует произведению матриц. Операции при нахождении $\mu_Q(x_i, z_t)$ в записи (16) аналогичны операциям, выполняемым при перемножении матриц, с той разницей, что:

— в случае max-T композиции вместо операции умножения используется t-норма, вместо операции сложения — взятие максимума;

— в случае min-I композиции вместо операции умножения используется импликатор, вместо операции сложения — взятие минимума.

В случае использования прямой задачи для нечетких соответствий этапы 4–7 в общей схеме моделирования систем, приведенной на рис. 1, можно изменить и представить в форме, представленной на рис. 2.

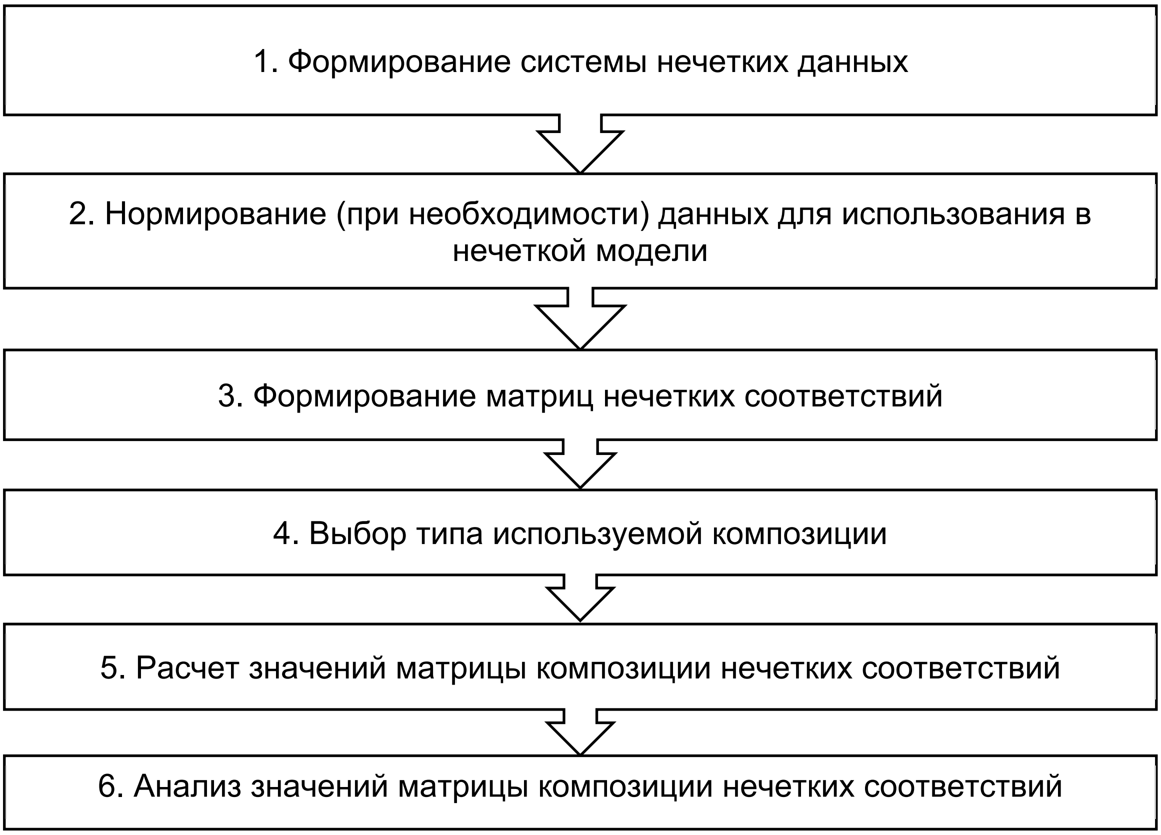

Рис. 2.* Общая схема построения и анализа модели в случае использования прямой задачи для нечетких соответствий

***составлено автором на основе собственных расчетов*

В предлагаемой на рис. 2 схеме есть один тонкий момент — выбор типа композиции. Ряд задач управления сводится к прямой задаче для нечетких соответствий «естественным образом» [12], т. е. задача изначально формулируется как применение максминной или иной композиции. В данной статье используется обратный подход и ставится задача показать применение возможностей имеющегося математического аппарата для построения модели некоторой социально-экономической системы.

Пример. Пусть имеется группа условных товаров $X=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$, каждый из которых обладает в разной степени характеристиками $Y=\{y_1,y_2,y_3,y_4,y_5,y_6\}$. Пусть так же имеется набор сегментов клиентского рынка $Z=\{z_1,z_2,z_3,z_4\}$. Рассмотрим следующие нечеткие соответствия:

1) R — нечеткое соответствие, определяющее степень наличия характеристики y_j у товара x_i, где R задается в форме (9);

2) S — нечеткое соответствие, определяющее степень заинтересованности в характеристике y_j клиентов из сегмента z_t, S задается в виде (10).

Тогда нечеткое соответствие Q, задаваемое в форме (11), будет определять востребованность товара x_i в сегменте z_t.

Пусть матрицы нечетких соответствий R и S имеют вид

$$R=\begin{pmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.7 & 0.8 & 0.9 & 0.1 \\ 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.0 & 0.6 & 0.3 \\ 0.7 & 1.0 & 0.4 & 0.2 & 0.8 & 0.7 \\ 1.0 & 0.5 & 0.9 & 0.5 & 0.7 & 0.4 \\ 0.4 & 0.7 & 0.8 & 0.2 & 0.7 & 0.4 \end{pmatrix},\ S=\begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 & 0.3 & 0.4 \\ 0.6 & 0.5 & 0.2 & 0.6 \\ 1.0 & 0.7 & 0.3 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.9 & 0.6 \\ 0.2 & 0.9 & 0.3 & 1.0 \\ 0.7 & 0.5 & 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}.$$

Требуется решить прямую задачу для нечетких соответствий для заданных значений R и S. Введем обозначения:

— $Q_{\max-\min}$ — нечеткое соответствие в форме (12), где $T(x,y)=\min(x,y)$;

— $Q_{\max-\mathrm{prod}}$ — нечеткое соответствие в форме (12), где $T(x,y)=xy$ — алгебраическое произведение;

— $Q_{\max-\mathrm{luk}}$ — нечеткое соответствие в форме (12), где $T(x,y)=\max(x+y-1,0)$ — t-норма Лукасевича;

— $Q_{\min-\mathrm{iprod}}$ — нечеткое соответствие в форме (13), где $I(x,y)=1-x+xy$;

— $Q_{\min-\mathrm{ikleen}}$ — нечеткое соответствие в форме (13), где $I(x,y)=\max(1-x,y)$ — импликатор Клина Дайнеса;

— $Q_{\min-\mathrm{i\,luk}}$ — нечеткое соответствие в форме (13), где $I(x,y)=\min(1-x+y,1)$ — импликатор Лукасевича.

Далее выполняются расчеты для выбранных композиций нечетких соответствий. Для вычислений используется программа, написанная на языке Python. Ниже представлен программный код для нахождения $Q_{\max-\min}$. Нахождение остальных матриц нечетких соответствий программируются аналогично.

Листинг 1. **Реализация вычисления $\otimes=\max-T$ композиции**

```
# Функция вывода на экран результата
def printM(x):
    for i in x:
        print(i)

# Функция, реализующая t-норму
def oper_maxmin(x, y):
    return min(x, y)

# Размерности матриц
n, m, k = 5, 6, 4

# max-min
Q_maxmin = [[list() for j in range(k)] for i in range(n)]
```

```
print('Q (max-min) = ')
for i in range(n):
    for j in range(k):
        Q_maxmin[i][j] = max([oper_maxmin(R[i][jj],\
        S[jj][j]) for jj in range(m)])
printM(Q_maxmin)
```

Результаты вычислений представлены ниже:

$$Q_{\max-\min} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0.6 \\ 0.7 & 0.8 & 0.3 & 0.8 \\ 0.9 & 0.7 & 0.5 & 0.7 \\ 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}, \; Q_{\max-\mathrm{prod}} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.81 & 0.72 & 0.9 \\ 0.8 & 0.55 & 0.24 & 0.6 \\ 0.6 & 0.72 & 0.24 & 0.8 \\ 0.9 & 0.63 & 0.45 & 0.7 \\ 0.8 & 0.63 & 0.24 & 0.7 \end{pmatrix},$$

$$Q_{\max-\mathrm{luk}} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.89 \\ 0.8 & 0.5 & 0.1 & 0.6 \\ 0.6 & 0.7 & 0.19 & 0.8 \\ 0.89 & 0.6 & 0.39 & 0.7 \\ 0.8 & 0.6 & 0.1 & 0.7 \end{pmatrix}, \; Q_{\min-\mathrm{iprod}} = \begin{pmatrix} 0.28 & 0.43 & 0.37 & 0.37 \\ 0.52 & 0.58 & 0.36 & 0.27 \\ 0.36 & 0.5 & 0.2 & 0.58 \\ 0.44 & 0.4 & 0.3 & 0.19 \\ 0.44 & 0.65 & 0.43 & 0.27 \end{pmatrix},$$

$$Q_{\min-\mathrm{ikleen}} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.4 & 0.4 & 0.2 & 0.19 \\ 0.2 & 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.3 & 0.19 \end{pmatrix}, \; Q_{\min-\mathrm{i\,luk}} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.49 & 0.4 & 0.4 \\ 0.6 & 0.7 & 0.4 & 0.29 \\ 0.4 & 0.5 & 0.2 & 0.6 \\ 0.5 & 0.4 & 0.3 & 0.2 \\ 0.5 & 0.8 & 0.49 & 0.29 \end{pmatrix}.$$

Перейдем к интерпретации результатов. При оценке следует помнить о следующих моментах:

— в случае композиций вида $Q_{\max-\min}$, $Q_{\max-\mathrm{prod}}$ и $Q_{\max-\mathrm{luk}}$ мы имеем дело с неубывающими функциями, поэтому чем больше значение результата из $L=[0,1]$ (значение элементов полученных матриц Q), тем связь между x_i и y_j сильнее и наоборот;

— в случае композиций вида $Q_{\min-\mathrm{iprod}}$, $Q_{\min-\mathrm{ikleen}}$ и $Q_{\min-\mathrm{i\,luk}}$ мы имеем дело с невозрастающими функциями, поэтому чем больше значение результата из $L=[0,1]$ (значение элементов полученных матриц Q), тем связь между x_i и y_j слабее и наоборот.

На основе значений элементов $Q_{\max-\min}$, $Q_{\max-\mathrm{prod}}$ и $Q_{\max-\mathrm{luk}}$ можно сделать следующие выводы:

1. Товар x_1 имеет достаточно высокую степень востребованности у всех целевых сегментов $\{z_1, z_2, z_3, z_4\}$, однако он максимально востребован в сегментах z_2 и z_4, т. к. именно для этих сегментов значения в первых строках $Q_{\max-\min}$, $Q_{\max-\text{prod}}$ и $Q_{\max-\text{luk}}$ максимальны. На рис. 3 приведены матрицы соответствующих композиций, в которых выделены строки, соответствующие товару x_1 и максимальные значения в этих строках.

$$Q_{\max-\min} = \begin{pmatrix} 0.7 & \boxed{0.9} & 0.8 & \boxed{0.9} \\ 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0.6 \\ 0.7 & 0.8 & 0.3 & 0.8 \\ 0.9 & 0.7 & 0.5 & 0.7 \\ 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}, \quad Q_{\max-\text{prod}} = \begin{pmatrix} 0.7 & \boxed{0.81} & 0.72 & \boxed{0.9} \\ 0.8 & 0.55 & 0.24 & 0.6 \\ 0.6 & 0.72 & 0.24 & 0.8 \\ 0.9 & 0.63 & 0.45 & 0.7 \\ 0.8 & 0.63 & 0.24 & 0.7 \end{pmatrix}, \quad Q_{\max-\text{luk}} = \begin{pmatrix} 0.7 & \boxed{0.8} & 0.7 & \boxed{0.89} \\ 0.8 & 0.5 & 0.1 & 0.6 \\ 0.6 & 0.7 & 0.19 & 0.8 \\ 0.89 & 0.6 & 0.39 & 0.7 \\ 0.8 & 0.6 & 0.1 & 0.7 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.* Визуализация выводов по товару x_1

составлено автором на основе собственных расчетов

2. Товар x_2 имеет максимально высокую степень востребованности только у целевого сегмента z_1, среднюю востребованность в сегментах z_2 и z_4, минимальную востребованность в сегменте z_3 (значения во второй строке матриц $Q_{\max-\min}$, $Q_{\max-\text{prod}}$ и $Q_{\max-\text{luk}}$ для этого сегмента минимальны). На рис. 4 приведены матрицы соответствующих композиций, в которых выделены строки, соответствующие товару x_2 и максимальные значения в этих строках.

$$Q_{\max-\min} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ \boxed{0.8} & 0.7 & 0.3 & 0.6 \\ 0.7 & 0.8 & 0.3 & 0.8 \\ 0.9 & 0.7 & 0.5 & 0.7 \\ 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}, \quad Q_{\max-\text{prod}} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.81 & 0.72 & 0.9 \\ \boxed{0.8} & 0.55 & 0.24 & 0.6 \\ 0.6 & 0.72 & 0.24 & 0.8 \\ 0.9 & 0.63 & 0.45 & 0.7 \\ 0.8 & 0.63 & 0.24 & 0.7 \end{pmatrix}, \quad Q_{\max-\text{luk}} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.89 \\ \boxed{0.8} & 0.5 & 0.1 & 0.6 \\ 0.6 & 0.7 & 0.19 & 0.8 \\ 0.89 & 0.6 & 0.39 & 0.7 \\ 0.8 & 0.6 & 0.1 & 0.7 \end{pmatrix}$$

Рис. 4.* Визуализация выводов по товару x_2

составлено автором на основе собственных расчетов

3. Товар x_3 имеет максимально высокую степень востребованности только у целевых сегментов z_2 и z_4, среднюю востребованность в сегменте z_1 минимальную востребованность в сегменте z_3 (значения во третьей строке матриц $Q_{\max-\min}$, $Q_{\max-\text{prod}}$ и $Q_{\max-\text{luk}}$ для этого сегмента минимальны). На рис. 5 приведены матрицы соответствующих композиций, в которых выделены строки, соответствующие товару x_3 и максимальные значения в этих строках.

$$Q_{\max-\min}=\begin{pmatrix}0.7&0.9&0.8&0.9\\0.8&0.7&0.3&0.6\\0.7&\boxed{0.8}&0.3&\boxed{0.8}\\0.9&0.7&0.5&0.7\\0.8&0.7&0.3&0.7\end{pmatrix},\ Q_{\max-\mathrm{prod}}=\begin{pmatrix}0.7&0.81&0.72&0.9\\0.8&0.55&0.24&0.6\\0.6&\boxed{0.72}&0.24&\boxed{0.8}\\0.9&0.63&0.45&0.7\\0.8&0.63&0.24&0.7\end{pmatrix},\ Q_{\max-\mathrm{luk}}=\begin{pmatrix}0.7&0.8&0.7&0.89\\0.8&0.5&0.1&0.6\\0.6&\boxed{0.7}&0.19&\boxed{0.8}\\0.89&0.6&0.39&0.7\\0.8&0.6&0.1&0.7\end{pmatrix}$$

Рис. 5.* Визуализация выводов по товару x_3

***составлено автором на основе собственных расчетов**

4. Товар x_4 имеет максимально высокую степень востребованности в целевом сегменте z_1, повышенную востребованность в сегментах z_2 и z_4, среднюю (ниже средней) в сегменте z_3 (значения в четвертой строке матриц $Q_{\max-\min}$, $Q_{\max-\mathrm{prod}}$ и .$Q_{\max-\mathrm{luk}}$. для этого сегмента минимальны). На рис. 6 приведены матрицы соответствующих композиций, в которых выделены строки, соответствующие товару x_4 и максимальные значения в этих строках.

$$Q_{\max-\min}=\begin{pmatrix}0.7&0.9&0.8&0.9\\0.8&0.7&0.3&0.6\\0.7&0.8&0.3&0.8\\\boxed{0.9}&0.7&0.5&0.7\\0.8&0.7&0.3&0.7\end{pmatrix},\ Q_{\max-\mathrm{prod}}=\begin{pmatrix}0.7&0.81&0.72&0.9\\0.8&0.55&0.24&0.6\\0.6&0.72&0.24&0.8\\\boxed{0.9}&0.63&0.45&0.7\\0.8&0.63&0.24&0.7\end{pmatrix},\ Q_{\max-\mathrm{luk}}=\begin{pmatrix}0.7&0.8&0.7&0.89\\0.8&0.5&0.1&0.6\\0.6&0.7&0.19&0.8\\\boxed{0.89}&0.6&0.39&0.7\\0.8&0.6&0.1&0.7\end{pmatrix}$$

Рис. 6.* Визуализация выводов по товару x_4

***составлено автором на основе собственных расчетов**

5. Товар x_5 имеет максимально высокую степень востребованности в целевом сегменте z_1, повышенную востребованность в сегментах z_2 и z_4, минимальную в сегменте z_3 (значения в пятой строке матриц $Q_{\max-\min}$, $Q_{\max-\mathrm{prod}}$ и $Q_{\max-\mathrm{luk}}$ для этого сегмента минимальны). На рис. 7 приведены матрицы соответствующих композиций, в которых выделены строки, соответствующие товару x_5 и максимальные значения в этих строках.

$$Q_{\max-\min}=\begin{pmatrix}0.7&0.9&0.8&0.9\\0.8&0.7&0.3&0.6\\0.7&0.8&0.3&0.8\\0.9&0.7&0.5&0.7\\\boxed{0.8}&0.7&0.3&0.7\end{pmatrix},\ Q_{\max-\mathrm{prod}}=\begin{pmatrix}0.7&0.81&0.72&0.9\\0.8&0.55&0.24&0.6\\0.6&0.72&0.24&0.8\\0.9&0.63&0.45&0.7\\\boxed{0.8}&0.63&0.24&0.7\end{pmatrix},\ Q_{\max-\mathrm{luk}}=\begin{pmatrix}0.7&0.8&0.7&0.89\\0.8&0.5&0.1&0.6\\0.6&0.7&0.19&0.8\\0.89&0.6&0.39&0.7\\\boxed{0.8}&0.6&0.1&0.7\end{pmatrix}$$

Рис. 7.* Визуализация выводов по товару x_5

***составлено автором на основе собственных расчетов**

Относительно сегментов $\{z_1, z_2, z_3, z_4\}$ в случае композиций вида $Q_{\max-\min}$, $Q_{\max-\mathrm{prod}}$ и $Q_{\max-\mathrm{luk}}$ можно сказать следующее:

1. В целевом сегменте z_1 наиболее востребованным товаром является x_4, хотя и остальные товары так же востребованы. Это можно увидеть из приведенных на рис. 8 матриц композиций, в которых выделены столбцы, соответствующие сегменту z_1 и максимальные значения в этих столбцах.

$$Q_{\max-\min} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0.6 \\ 0.7 & 0.8 & 0.3 & 0.8 \\ \boxed{0.9} & 0.7 & 0.5 & 0.7 \\ 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}, \quad Q_{\max-\mathrm{prod}} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.81 & 0.72 & 0.9 \\ 0.8 & 0.55 & 0.24 & 0.6 \\ 0.6 & 0.72 & 0.24 & 0.8 \\ \boxed{0.9} & 0.63 & 0.45 & 0.7 \\ 0.8 & 0.63 & 0.24 & 0.7 \end{pmatrix}, \quad Q_{\max-\mathrm{luk}} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.89 \\ 0.8 & 0.5 & 0.1 & 0.6 \\ 0.6 & 0.7 & 0.19 & 0.8 \\ \boxed{0.89} & 0.6 & 0.39 & 0.7 \\ 0.8 & 0.6 & 0.1 & 0.7 \end{pmatrix}$$

Рис. 8.* Визуализация выводов по сегменту z_1 *

***составлено автором на основе собственных расчетов*

2. В целевом сегменте z_2 наиболее востребованными товарами являются x_1 и — в меньшей степени — x_3, остальные товары имеют востребованность выше среднего. Это можно увидеть из приведенных на рис. 9 матриц композиций, в которых выделены столбцы, соответствующие сегменту z_2 и максимальные значения в этих столбцах.

$$Q_{\max-\min} = \begin{pmatrix} 0.7 & \boxed{0.9} & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0.6 \\ 0.7 & \boxed{0.8} & 0.3 & 0.8 \\ 0.9 & 0.7 & 0.5 & 0.7 \\ 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}, \quad Q_{\max-\mathrm{prod}} = \begin{pmatrix} 0.7 & \boxed{0.81} & 0.72 & 0.9 \\ 0.8 & 0.55 & 0.24 & 0.6 \\ 0.6 & \boxed{0.72} & 0.24 & 0.8 \\ 0.9 & 0.63 & 0.45 & 0.7 \\ 0.8 & 0.63 & 0.24 & 0.7 \end{pmatrix}, \quad Q_{\max-\mathrm{luk}} = \begin{pmatrix} 0.7 & \boxed{0.8} & 0.7 & 0.89 \\ 0.8 & 0.5 & 0.1 & 0.6 \\ 0.6 & \boxed{0.7} & 0.19 & 0.8 \\ 0.89 & 0.6 & 0.39 & 0.7 \\ 0.8 & 0.6 & 0.1 & 0.7 \end{pmatrix}$$

Рис. 9.* Визуализация выводов по сегменту z_2 *

***составлено автором на основе собственных расчетов*

3. В целевом сегменте z_3 наиболее востребованным товаром является x_1, остальные товары имеют низкую степень востребованности. Это можно увидеть из приведенных на рис. 10 матриц композиций, в которых выделены столбцы, соответствующие сегменту z_3 и максимальные значения в этих столбцах.

$$Q_{\max-\min} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.9 & \boxed{0.8} & 0.9 \\ 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0.6 \\ 0.7 & 0.8 & 0.3 & 0.8 \\ 0.9 & 0.7 & 0.5 & 0.7 \\ 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}, \quad Q_{\max-\mathrm{prod}} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.81 & \boxed{0.72} & 0.9 \\ 0.8 & 0.55 & 0.24 & 0.6 \\ 0.6 & 0.72 & 0.24 & 0.8 \\ 0.9 & 0.63 & 0.45 & 0.7 \\ 0.8 & 0.63 & 0.24 & 0.7 \end{pmatrix}, \quad Q_{\max-\mathrm{luk}} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.8 & \boxed{0.7} & 0.89 \\ 0.8 & 0.5 & 0.1 & 0.6 \\ 0.6 & 0.7 & 0.19 & 0.8 \\ 0.89 & 0.6 & 0.39 & 0.7 \\ 0.8 & 0.6 & 0.1 & 0.7 \end{pmatrix}$$

Рис. 10.* Визуализация выводов по сегменту z_3 *

***составлено автором на основе собственных расчетов*

4. В целевом сегменте z_4 наиболее востребованным товаром является x_1 и — в меньшей степени — товары $\{x_2, x_3, x_4\}$. Это можно увидеть из приведенных на рис. 11 матриц композиций, в которых выделены столбцы, соответствующие сегменту z_3 и максимальные значения в этих столбцах.

$$Q_{\max-\min} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.9 & 0.8 & \boxed{0.9} \\ 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0.6 \\ 0.7 & 0.8 & 0.3 & 0.8 \\ 0.9 & 0.7 & 0.5 & 0.7 \\ 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0.7 \end{pmatrix} Q_{\max-\mathrm{prod}} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.81 & 0.72 & \boxed{0.9} \\ 0.8 & 0.55 & 0.24 & 0.6 \\ 0.6 & 0.72 & 0.24 & 0.8 \\ 0.9 & 0.63 & 0.45 & 0.7 \\ 0.8 & 0.63 & 0.24 & 0.7 \end{pmatrix}, Q_{\max-\mathrm{luk}} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.8 & 0.7 & \boxed{0.89} \\ 0.8 & 0.5 & 0.1 & 0.6 \\ 0.6 & 0.7 & 0.19 & 0.8 \\ 0.89 & 0.6 & 0.39 & 0.7 \\ 0.8 & 0.6 & 0.1 & 0.7 \end{pmatrix}$$

Рис. 11. **Визуализация выводов по сегменту z_4***

****составлено автором на основе собственных расчетов***

При анализе значений матриц $Q_{\min-\mathrm{iprod}}$, $Q_{\min-\mathrm{ikleen}}$ и $Q_{\min-\mathrm{iluk}}$ следует учитывать, что импликатор по первой переменной является убывающей функцией, поэтому, чем меньшее значение получается для пары (x_i, z_t), тем более востребован товар x_i в сегменте z_t. В целом, результаты, полученные при анализе значений $Q_{\min-\mathrm{iprod}}$, $Q_{\min-\mathrm{ikleen}}$ и $Q_{\min-\mathrm{iluk}}$ совпадают с результатами max-T композиций.

Заключение

Подводя итоги, можно сказать, что при использовании различных типов композиций $\otimes$ (как max-T, так и min-I) результаты получаются схожими, поэтому решение прямой задачи для нечетких соответствий скорее всего позволит получить адекватные результаты при моделировании и оценке взаимосвязей между элементами множеств, рассматриваемых в некоторой системе.

Список использованных источников:

1. Алтунин А. Е., Семухин М. В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Монография / А. Е. Алтунин, М. В. Семухин. — Тюмень : Издательство Тюменского государственного университета. — 2000. — 352 с.

2. Асаи К. и др. Прикладные нечеткие системы: пер. с японского / Под ред. Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно. — Москва : Мир, 1993. — 386 с.

3. Блюмин С. Л., Шуйкова И. А. Методы принятия решений: Учеб. пособ. — Липецк : Липецкий государственный педагогический институт. — 1999. — 104 с.

4. Блюмин С. Л. и др. Нечеткая логика: алгебраические основы и приложения: Монография / С. Л. Блюмин, И. А. Шуйкова, П. В. Сараев, И. В. Черпаков. — Липецк : ЛЭГИ. — 2002. — 111с.

5. Джексон П. Введение в экспертные системы / П. Джексон. — 3-е изд. — Москва : Издательский дом «Вильямс», 2001. — 624 с.

6. Кофман А., Хил Алуха Х. Введение теории нечетких множеств в управлении предприятиями: Пер. с исп. / А. Кофман, Х. Хил Алуха — Минск : Выш. шк., 1992. — 224 с.

7. Мелихов А. Н., Бернштейн Л. С., Коровин С. Я. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой / А. Н. Мелихов, Л. С. Бернштейн, С. Я. Коровин. — Москва : Наука, Гл.ред. физ.-мат. лит. — 1990. — 272 с.

8. Орлов А. И. Устойчивость в социально-экономических моделях / А. И. Орлов. — Москва : Наука. — 1979. — 296 с.

9. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление / А. Пегат; под ред. Ю. В. Тюменцева. — 2-е изд. — Москва :БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. — 798 с.

10. Джарратано Д., Райли Г. Экспертные системы: принципы разработки и программирование / Д. Джарратано, Г. Райли. — 4-е изд. — Москва : Издательский дом «Вильямс», 2006. — 1152 с.

11. De Baets B. Analitic Solution Methods for Fuzzy Relational Equations // Fundamentals of Fuzzy Sets: Handbooks of Fuzzy Sets Series. — Dordrecht : Kluwer, 2000. — Vol. 1. — Ch. 6. — 50 pp.

12. Kandasamy V., Smarandache F. Fuzzy Relational Maps And Neutrosophic Relational Maps / V. Kandasamy, F. Smarandache — Hexis : Church Rock. — 2004. — 301 pp.

Сведения об авторах / Information about the author:

Черпаков Игорь Владимирович *– доцент кафедры «Учет и информационные технологии в бизнесе» Липецкого филиала Финансового университета при Правительстве РФ, к.ф-м.н., E-mail: ivcherpakov@fa.ru* ***/ Igor Vladimirovich Cherpakov -*** *Associate Professor of the Department of Accounting and Information Technologies in Business, Lipetsk Branch of the Financial University under the Government of the Russian Federation, Cand. Sci. (Physics and Math), E-mail: ivcherpakov@fa.ru.*
SPIN РИНЦ: 9294-7437
ORCID 0009-0007-5592-0145

Дата поступления статьи: 22.05.2023

Принято решение о публикации: 16.06.2023

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.